臺灣港務股份有限公司
109 年度獎學就業計畫暨獎學從業人員甄試
試題卷

應考科目：工程數學

考試時間：80 分鐘

※注意：

（一）試題為單選題，共 25 題。

（二）各題答案須於答案卷上作答，於本試題作答者，不予計分。

（三）可使用**第一類**電子計算器。

一、 第一大題：單選題（共 25 題）

說明：每題 4 分，所列的四個選項，請選出**一個**正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

C　1.　求微分$\frac{de^{-2x}}{dx}$ = ?

(A) $-2\text{x}e^{-2x}$　(B) $\frac{e^{-2x}}{-2}$　(C) $-2e^{-2x}$　(D) e^{-2x}

A　2.　求微分$\frac{de^{x^2}}{dx}$ = ?

(A) $2xe^{x^2}$　(B) $2e^{x^2}$　(C) $\frac{e^{x^2}}{2x}$　(D) $\frac{e^{x^2}}{2}$

A　3.　求積分$\int sin3x\ \ dx$ = ?

(A) $\frac{-\cos 3x}{3}$　(B) $\frac{\cos 3x}{3}$　(C) $3\cos 3x$　(D) $3\sin 3x$

C　4.　求積分$\int x^2e^x\ \ dx$ = ?

(A) $2xe^x - 2e^x$　(B) $x^2e^x + 2e^x$

(C) $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x$　(D) $x^2e^x - 2xe^x$

D 5. 已知($\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$)為三個互相垂直之單位向量，求向量運算 $2\vec{i}\times\vec{j}$=？

(A) 2 (B) $-2\vec{k}$ (C) 0 (D) $2\vec{k}$

A 6. 請計算$\begin{pmatrix}0 & 2 & 0\\ 3 & 0 & 1\\ 0 & 5 & 8\end{pmatrix}$的行列式值

(A) -48 (B) -52 (C) 36 (D) 24

D 7. 求解聯立方程式：

$$\begin{aligned} x_1+2x_2-x_3&=0\\ 2x_1+x_2+2x_3&=9\\ x_1-x_2+x_3&=3 \end{aligned}$$

(A) $x_1=1, x_2=0, x_3=2$ (B) $x_1=2, x_2=3, x_3=4$

(C) $x_1=4, x_2=2, x_3=1$ (D) $x_1=1, x_2=1, x_3=3$

C 8. 求解微分方程式 $\frac{dy}{dx}=5y$

(A) $\mathrm{y}=e^{5x}+c$ (B) $\mathrm{y}=5e^{5x}$

(C) $\mathrm{y}=ce^{5x}$ (D) $\mathrm{y}=5x$

C 9. 求解微分方程式 $y''-y'=-3$

(A) $y=c_1 3x+c_2e^{x}$ (B) $y=c_1e^{-x}+c_2e^{x}+3x$

(C) $y=c_1+c_2e^{x}+3x$ (D) $y=c_1e^{3x}+c_2e^{x}+x$

D 10. 已知向量$\mathbf{F}(x,y,z)=xe^{-z}\vec{i}+4yz^2\vec{j}+3ye^{-z}\vec{k}$，求向量散度$\nabla\cdot\mathbf{F}=$?

(A) $x+4y+3e^{-z}$

(B) $-e^{-z}+4z^2+3ye^{-z}$

(C) $e^{-z}+8z^2-3e^{-z}$

(D) $e^{-z}+4z^2-3ye^{-z}$

C 11. 已知函數$z(u,v)=u^2\cos 4v$，其中$u(x,y)=x^2y^3, v(x,y)=x^3+y^3$，試求函數$z$對 x 之偏微分$\frac{\partial z}{\partial x}$ = ?

(A) $-4xu\cos 4v+2u^2\sin 4v$

(B) $-4x^2y^2u\sin 4v+12x^3u\cos 4v$

(C) $4xy^3u\cos 4v-12x^2u^2\sin 4v$

(D) $2y^2u\sin 4v-2x^3u\cos 4v$

C 12. 試求 $P_1(1,1,1)$ 與 $P_2(3,0,-1)$ 兩點之間的距離。

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

A 13. 求解微分方程式：

$x^3y'+3x^2y+x^2-1=0,\ \ y(1)=1$

(A) $x^3y+\frac{1}{3}x^3-x=\frac{1}{3}$

(B) $x^3y+\frac{1}{3}x^3-x=\frac{1}{2}$

(C) $x^3y-\frac{1}{3}x^3+x=\frac{1}{3}$

(D) $x^3y-\frac{1}{3}x^3+x=\frac{1}{2}$

D 14. 試求微分方程式之通解：

$y''-y'+10y=0$

(A) $y=e^x\left(c_1\cos\sqrt{39}x+c_2\sin\sqrt{39}x\right)$

(B) $y=e^{\frac{1}{2}x}\left(c_1\cos\sqrt{39}x+c_2\sin\sqrt{39}x\right)$

(C) $y=e^x\left(c_1\cos\frac{\sqrt{39}}{2}x+c_2\sin\frac{\sqrt{39}}{2}x\right)$

(D) $y=e^{\frac{1}{2}x}\left(c_1\cos\frac{\sqrt{39}}{2}x+c_2\sin\frac{\sqrt{39}}{2}x\right)$

A 15. 試求微分方程式之特解：

$$y'' - y = e^{x}(x^2 - 1)$$

(A) $y_p = e^{x}\left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x\right)$

(B) $y_p = e^{-x}\left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x\right)$

(C) $y_p = e^{x}\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x\right)$

(D) $y_p = e^{-x}\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x\right)$

A 16. 試寫出下列函數的拉普拉斯逆轉換式(inverse Laplace transform)。

$$\frac{4}{s^2 + 4s + 20}$$

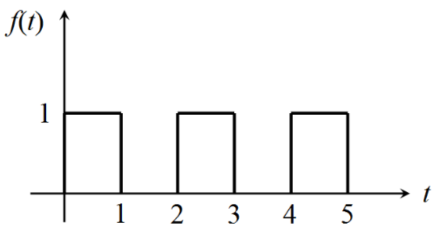
(A) $e^{-2t} \cdot \sin(4t)$

(B) $e^{2t} \cdot \sin(4t)$

(C) $e^{-2t} \cdot \sin(2t)$

(D) $e^{2t} \cdot \sin(2t)$

D 17. 試寫出下列函數的拉普拉斯轉換式(Laplace transform)。



(A) $\frac{1}{s(1-e^{-s})}$

(B) $\frac{1}{s(1-e^{s})}$

(C) $\frac{1}{s(1+e^{s})}$

(D) $\frac{1}{s(1+e^{-s})}$

A 18. 已知($\vec{\imath}$，$\vec{\jmath}$，$\vec{k}$)為三個互相垂直之單位向量，向量 $\vec{\mathbf{A}}$ **及** $\vec{\mathbf{B}}$ 分別為：

$\vec{\mathbf{A}} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$

$\vec{\mathbf{B}} = \mathbf{2}\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 2\vec{k}$

試求兩向量之內積 $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$**=？**

(A) 6

(B) 0

(C) $\vec{\mathbf{a}}_x 2 + \vec{\mathbf{a}}_y 2 - \vec{\mathbf{a}}_z 2$

(D) $\vec{\mathbf{a}}_x 1 + \vec{\mathbf{a}}_y 1 + \vec{\mathbf{a}}_z 1$

B 19. 試求 Laplace 轉換 $\mathscr{L}\{te^{-6t}\}$ = ?

(A) $s(s+6)^{-2}$

(B) $(s+6)^{-2}$

(C) $\frac{(s+6)^{-2}}{s^2}$

(D) $s^{-2}(s+6)$

B 20. 請找出$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$的反矩陣

(A) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$

A　21. 求解微分方程式

$$2y'' + 2y' + y = 0$$

(A) $y = e^{-\frac{x}{2}}\left(c_1 \cos\frac{x}{2} + c_2 \sin\frac{x}{2}\right)$

(B) $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$

(C) $y = e^{x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$

(D) $y = e^{\frac{x}{2}}\left(c_1 \cos\frac{x}{2} + c_2 \sin\frac{x}{2}\right)$

B　22. 試求微分方程式之特解，其中 $x > 0$。

$$y'' - \frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^2}y = \frac{\ln x}{x}$$

(A) $y_p = \frac{1}{3}x(\ln x)^3$　(B) $y_p = \frac{1}{6}x(\ln x)^3$

(C) $y_p = \frac{1}{3}x(\ln x)^2$　(D) $y_p = \frac{1}{6}x(\ln x)^2$

A　23. 若 $f(x + 2\pi) = f(x)$， 且 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 < x < \pi \end{cases}$， 其傅立葉級數(Fourier series)可表示為：

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

試求a_0。

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 4

A　24. 承上題，試求 a_n。

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 4

B　25. 承上題，試求 b_n。

(A) 0　(B) $\frac{2}{n\pi}(1 - \cos n\pi)$

(C) $\frac{4}{n\pi}(1 - \cos n\pi)$　(D) $\frac{4}{n\pi}(1 + \cos n\pi)$