# 臺灣港務股份有限公司
# 110 年度獎學就業計畫暨獎學從業人員甄試
# 試題卷

應考科目：工程數學
考試時間：80 分鐘

※注意：
（一）試題為單選題，共 25 題。
（二）各題答案須於答案卷上作答，於本試題作答者，不予計分。
（三）禁止使用電子計算器。

## 一、 第一大題：單選題（共 25 題）

說明：每題 4 分，所列的四個選項，請選出**一個**正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

C　1.　求解下列微分方程式：

$y'' - 3y' - 4y = 0$

(A)　$y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x}$　　(B)　$y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{2x}$

(C)　$y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-x}$　　(D)　$y = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{x}$

D　2.　選項中何者為非線性微分方程。

(A)　$(y - x)dx + 4xdy = 0$

(B)　$y'' - 2y' + y = 0$

(C)　$x^3 y''' + 3xy' - 5y = e^x$

(D)　$y'' + \sin y = 0$

B　3. 選項中一階微分方程何者符合正合條件。

(A) $2xy^2 - ydx + (2x - x^2y)dy = 0$

(B) $2xydx + (x^2 - 1)dy = 0$

(C) $(y^2 + xy + 1)dx + (x^2 + xy + 1)dy = 0$

(D) $xydx + (2x^2 + 3y^2 + 20)dy = 0$

D　4. 試求下列微分方程式之齊次解：

$y'' - 2y' + y = xe^x$

(A) $y_h = (c_1 + c_2x)e^{-2x}$　　(B) $y_h = (c_1 + c_2x)e^{2x}$

(C) $y_h = (c_1 + c_2x)e^{-x}$　　(D) $y_h = (c_1 + c_2x)e^{x}$

A　5. 試求下列微分方程式之特解：

$y'' - 2y' + y = xe^x$

(A) $y_p = \frac{1}{6}x^3e^x$　　(B) $y_p = \frac{1}{6}x^3e^{-x}$

(C) $y_p = \frac{1}{3}x^3e^x$　　(D) $y_p = \frac{1}{3}x^3e^{-x}$

B　6. 已知二向量 $\vec{\mathbf{A}}$、$\vec{\mathbf{B}}$ 如下：

$\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{a}}_x 1 + \vec{\mathbf{a}}_y 1 + \vec{\mathbf{a}}_z 1$，

$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{a}}_x 5 - \vec{\mathbf{a}}_y 2$，

試求 $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$。

(A) 7　　(B) 3

(C) $\vec{\mathbf{a}}_x 5 - \vec{\mathbf{a}}_y 2$　　(D) $\vec{\mathbf{a}}_x 5 - \vec{\mathbf{a}}_y 2 + \vec{\mathbf{a}}_z 1$

C 7. 已知二向量 $\vec{\mathbf{A}}$、$\vec{\mathbf{B}}$ 如下：

$\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{a}}_x 1 + \vec{\mathbf{a}}_y 1 + \vec{\mathbf{a}}_z 1$，

$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{a}}_z 5$，

試求 $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$。

(A) 5 (B) 7

(C) $\vec{\mathbf{a}}_x 5 - \vec{\mathbf{a}}_y 5$ (D) $-\vec{\mathbf{a}}_x 5 + \vec{\mathbf{a}}_y 5$

C 8. 求下列兩矩陣之乘積 $\boldsymbol{AB}$。

$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$， $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$

B 9. 已知 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & r \end{bmatrix}$，若 $|\boldsymbol{A}| = -30$，且 $|\boldsymbol{B}| \neq 0$，求$\det(\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{AB})$。

(A) $-1/30$ (B) $-30$ (C) $1/30$ (D) $30$

D 10. 二向量 a 與 b，二者夾角為 $\theta$，其點積為

(A) $|\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|\sin\theta$ (B) $|\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|\tan\theta$

(C) $\mathbf{a}\,\mathbf{b}$ (D) $|\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|\cos\theta$

B 11. 一函數展開成傅立葉級數有公式 $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n cos\frac{n\pi}{p}x+b_n sin\frac{n\pi}{p}x)$ ，選項中敘述何者有誤。

(A) $\frac{a_0}{2}$為函數$f(x)$之週期平均值

(B) $b_n$可由$f(x)$乘以$\cos nx$並從$-p$積分至$p$求得

(C) $\int_{-p}^{p} f(x)cos\frac{n\pi}{p}x$可解得$a_n$

(D) $\int_{-p}^{p} f(x)sin\frac{n\pi}{p}x$可解得$b_n$

A 12. 求解下列微分方程式：

$xy'=y^2-y$

(A) $\frac{y-1}{xy}=c$ (B) $\frac{y-1}{x^2}=c$ (C) $\frac{y-1}{y^2}=c$ (D) $\frac{y-1}{x+y}=c$

C 13. 求解下列微分方程式：

$y'+y\tan x=\sin 2x$，$y(0)=1$

(A) $y=-2\sin^2 x+3\sin x$ (B) $y=2\sin^2 x-2\sin x$

(C) $y=-2\cos^2 x+3\cos x$ (D) $y=2\cos^2 x-2\cos x$

B 14. 求解下列微分方程式：

$4y''+4y'+y=0$，

$y(0)=-2$，$y'(0)=1$

(A) $y=2e^{-\frac{1}{2}x}$ (B) $y=-2e^{-\frac{1}{2}x}$

(C) $y=2e^{\frac{1}{2}x}$ (D) $y=-2e^{\frac{1}{2}x}$

C 15. 已知一向量場 $\vec{\mathbf{F}}=\vec{\mathbf{a}}_x x+\vec{\mathbf{a}}_y y+\vec{\mathbf{a}}_z z$，試求 $\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{F}}$。

(A) $\vec{\mathbf{a}}_x 1+\vec{\mathbf{a}}_y 1+\vec{\mathbf{a}}_z 1$ (B) 3

(C) 0 (D) $\vec{\mathbf{a}}_x 1-\vec{\mathbf{a}}_y 1+\vec{\mathbf{a}}_z 1$

D 16. $P$ 點在圓柱座標(r, $\theta$, z)中為$(10, \pi/6, 8)$，將其轉換成直角座標(x, y, z)。

(A) $(\sqrt{3}, 3, 5)$ (B) $(\sqrt{3}, 5\sqrt{2}, 4)$

(C) $(5\sqrt{3}, 3, \sqrt{2})$ (D) $(5\sqrt{3}, 5, 8)$

B 17. $A(2,2,2)$、$B(3,0,4)$及$C(5,2,-2)$為空間中三點，求此三點所形成的三角形面積。

(A) 1 (B) $5\sqrt{2}$ (C) $5\sqrt{3}$ (D) 9

A 18. 設$f(u,v) = uv^2$且$u = 3x - y,\ v = x^2y$，求$\partial f/\partial x$。

(A) $15x^4y^2 - 4x^3y^3$ (B) 0

(C) $4x^4y^2 - 15x^3y^3$ (D) $4x^2y^4 - 15x^4y^2$

A 19. 求解$xy' - 4y = x^6e^x$。

(A) $y = x^5e^x - x^4e^x + cx^4$ (B) $y = x^6e^{2x} - x^3e^x + cx^3$

(C) $y = x^4e^{3x} - x^2e^{2x} + cx^2$ (D) $y = x^3e^{4x} - xe^x + cx$

C 20. $\mathbf{F} = x^2z\mathbf{i} - 2y^3z^2\mathbf{j} + xy^2z\mathbf{k}$, 求 $\mathbf{F}$ 之散度。

(A) $2xy\text{-}3y^2z^2\text{+}2xy^2$ (B) $3xy\text{-}6y^2z^2\text{+}3xy^2$

(C) $2xz\text{-}6y^2z^2\text{+}xy^2$ (D) $4xy\text{-}6y^2z^2\text{+}2xy^2$

B 21. 解$\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx\, dx$，$m$、$n$ 為任意整數。

(A) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx\, dx = \begin{cases} \pi, & (m = n) \\ -\pi, & (m \neq n) \end{cases}$

(B) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx\, dx = \begin{cases} \pi, & (m = n) \\ 0, & (m \neq n) \end{cases}$

(C) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx\, dx = \begin{cases} 0, & (m = n) \\ -\pi, & (m \neq n) \end{cases}$

(D) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx\, dx = \begin{cases} 0, & (m = n) \\ \pi, & (m \neq n) \end{cases}$

C 22. 試寫出下列函數的拉普拉斯逆轉換式(inverse Laplace transform)。

$$\ln\frac{s-3}{s+1}$$

(A) $-\frac{1}{t}(e^{3t}+e^{-t})$ (B) $-\frac{1}{t}(e^{3t}+e^{t})$

(C) $-\frac{1}{t}(e^{3t}-e^{-t})$ (D) $-\frac{1}{t}(e^{3t}-e^{t})$

D 23. 求$e^{5t}t^3$之拉普拉斯轉換(Laplace transform)。

(A) $\frac{15}{(s-3)^3}$ (B) $\frac{2}{(s-3)^5}$ (C) $\frac{1}{(s-5)^4}$ (D) $\frac{6}{(s-5)^4}$

D 24. 試求出函數 $e^{-3t}\cdot f(t)$ 的拉普拉斯轉換式(Laplace transform)，其中

$$f(t)=\begin{cases}0\ ,\ t<8\\ t^2-4\ ,\ t>8\end{cases}。$$

(A) $e^{-(s+3)}\left[\frac{2}{(s+3)^3}+\frac{16}{(s+3)^2}+\frac{60}{s+3}\right]$

(B) $e^{-(s-3)}\left[\frac{2}{(s+3)^3}+\frac{16}{(s+3)^2}+\frac{60}{s+3}\right]$

(C) $e^{-4(s+3)}\left[\frac{2}{(s+3)^3}+\frac{16}{(s+3)^2}+\frac{60}{s+3}\right]$

(D) $e^{-8(s+3)}\left[\frac{2}{(s+3)^3}+\frac{16}{(s+3)^2}+\frac{60}{s+3}\right]$

C 25. 二階微分方程式之通解$y(x)=c_1e^{3x}+c_2e^{3x}+xe^x+e^x$，求其微分方程式。

(A) $y''-6y'+9y=(x+1)e^x$

(B) $y''-6y'+9y=(x+1)4e^x$

(C) $y''-6y'+9y=4xe^x$

(D) $y''+6y'+9y=4xe^x$